



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ Δ/ΝΣΗ Π & Δ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
Δ/ΝΣΗ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΤΡΙΚΑΛΩΝ  
6<sup>ο</sup> ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΤΡΙΚΑΛΩΝ  
ΔΙΕΥΘ: Λ ΚΑΤΣΩΝΗ ΑΓ. ΜΟΝΗ  
42100 ΤΡΙΚΑΛΑ  
ΤΗΛ: 24310-74010 - ΦΑΞ: 24310-74049  
Email: [mail@srv-6lyk-trikal.tri.sch.gr](mailto:mail@srv-6lyk-trikal.tri.sch.gr)

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2012-2013

ΤΑΞΗ : Β΄

Θέματα γραπτών προαγωγικών εξετάσεων περιόδου Μαΐου-Ιουνίου  
στο μάθημα των Μαθηματικών Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>:**

A. Αν  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  είναι δύο μή μηδενικά διανύσματα,  $\vec{\alpha}, \vec{\beta} \notin \gamma' \gamma$ , να δείξετε ότι  $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$   
όπου  $\lambda_1, \lambda_2$  οι συντελεστές διεύθυνσης των διανυσμάτων  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  αντίστοιχα.

Μονάδες 9

B. Να χαρακτηρίσετε, στην κόλλα σας, Σωστή ή Λάθος καθεμιά από τις ακόλουθες προτάσεις:

1. Οι ευθείες  $x = k$  και  $y = k$  είναι κάθετες μεταξύ τους για κάθε πραγματική τιμή του  $k$ .
2. Η παραβολή  $x^2 = 2py$  έχει άξονα συμμετρίας τον  $y'y$ .
3. Αν  $\varepsilon$  είναι η εκκεντρότητα μιας έλλειψης, τότε ισχύει  $\varepsilon > 1$ .
4. Η ευθεία  $y = 1 - k^2x$  σχηματίζει οξεία γωνία με τον άξονα  $x'x$  για κάθε  $k \neq 0$ .
5. Η εξίσωση της εφαπτομένης ενός μοναδιαίου κύκλου κέντρου  $O(0,0)$  στο σημείο του  $A(x_1, y_1)$  έχει εξίσωση  $x \cdot x_1 + y \cdot y_1 = 1$ .

Μονάδες  $5 \times 2 = 10$

Γ. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση στις ακόλουθες προτάσεις:

α) Η εκκεντρότητα της έλλειψης  $\frac{x^2}{k^2} + \frac{y^2}{4k^2} = 1$  είναι:

- i)  $\varepsilon = \sqrt{3}$     ii)  $\varepsilon = \frac{\sqrt{3}}{2}$     iii)  $\varepsilon = \frac{\sqrt{3}}{3}$     iv)  $\varepsilon = \frac{1}{2}$     v)  $\varepsilon = 2$

β) Η εφαπτομένη της παραβολής  $y^2 = 2px$  στο σημείο της  $A(2p, 2p)$  έχει εξίσωση:

- i)  $x + 2y + 2p = 0$     ii)  $x - 2y + 2p = 0$     iii)  $x - 2y - 2p = 0$     iv)  $2py = 2p(x + 2p)$

Μονάδες  $2 \times 3 = 6$

**ΘΕΜΑ 2ο:** Αν  $\left| \vec{\alpha} \right| = 1$  και  $\left| \vec{\beta} \right| = 3$  με  $\left( \vec{\alpha}, \vec{\beta} \right) = \frac{\pi}{3}$  και  $\vec{\kappa} = \lambda \vec{\alpha} + \vec{\beta}$ ,  $\vec{\nu} = \lambda \vec{\alpha} - \vec{\beta}$ , τότε:

A. Αν  $\lambda=1$

1. να βρείτε τα μέτρα:  $\left| \vec{\kappa} \right|$ ,  $\left| \vec{\nu} \right|$  Μονάδες 12

2. να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο  $\vec{\kappa} \cdot \vec{\nu}$  Μονάδες 6

B. Για ποια τιμή του  $\lambda$  τα διανύσματα  $\vec{\kappa} = \lambda \vec{\alpha} + \vec{\beta}$  και  $\vec{\nu} = \lambda \vec{\alpha} - \vec{\beta}$  είναι κάθετα ;

Μονάδες 7

**ΘΕΜΑ 3ο:**

Δίνεται η εξίσωση  $(\kappa - 1)x + (2\kappa + 3)y + \kappa + 4 = 0$ , (1) και ο κύκλος  $C: (x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$

i) Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) για κάθε  $\kappa \in R$  παριστάνει ευθεία ( $\varepsilon$ ) που διέρχεται από σταθερό σημείο A.

ii) Να δείξετε ότι το σημείο A ανήκει στον κύκλο C και να βρείτε το αντιδιαμετρικό του σημείο B.

iii) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου OAB, όπου O η αρχή των αξόνων.

Μονάδες 9-8-8

**ΘΕΜΑ 4ο:**

i) Να δείξετε ότι ισχύει:  $3^v > 2v + 1$  για κάθε φυσικό αριθμό  $v \geq 2$

ii) Να δείξετε ότι η εξίσωση  $x^2 + y^2 - 2\alpha x + 2\alpha y + 2\alpha^2 - 3^v + 2v = 0$ , (1) για κάθε πραγματικό αριθμό  $\alpha$  και για κάθε φυσικό αριθμό  $v \geq 2$ , παριστάνει κύκλο του οποίου να βρείτε το κέντρο K, καθώς και την ακτίνα  $\rho$ .

iii) Να βρείτε την εξίσωση της έλλειψης με εστίες τα σημεία  $E(2, 0)$  και  $E'(-2, 0)$

και μεγάλο άξονα  $A'A = 8$ .

iv) Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της παραπάνω έλλειψης στο σημείο της  $\Sigma(2, -3)$  εφάπτεται και του κύκλου που ορίζεται από την εξίσωση (1) για  $\alpha = 1$  και  $v = 2$ .

Μονάδες 6-6-7-6

ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!**

ΤΡΙΚΑΛΑ 28-5-2013