

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

1. Δίνονται οι αριθμοί 2, 4, 6, 9,  $a$ , 3, 7, 4.

i. Αν  $a=7$ , να βρείτε τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την τυπική απόκλιση των παραπάνω αριθμών.

ii. Να βρεθεί η τιμή του  $a$  ώστε η μέση τιμή των παραπάνω αριθμών να είναι ίση με 8.

iii. Να βρεθεί η τιμή του  $a$  ώστε η διάμεσος των παραπάνω αριθμών να είναι το 5.

2. Ο διπλανός πίνακας δείχνει τον αριθμό ωρών παρακολούθησης τηλεόρασης σε μια εβδομάδα 200 ατόμων σε μία πόλη.

α) Να γίνει πίνακας σχ. συχνοτήτων %, αθροιστικών συχνοτήτων, αθροιστικών σχ. συχνοτήτων.

β) Να βρεθεί η διάμεσος και η επικρατούσα τιμή της κατανομής.

γ) Να βρεθεί η διακύμανση της κατανομής.

δ) Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

Ωρες	Άτομα
0-10	15
10-20	20
20-30	35
30-40	50
40-50	40
50-60	40
Σύνολο	200

3. Αν  $P(A)$  είναι η πιθανότητα ενός ενδεχομένου  $A$ , δειγματικού χώρου  $\Omega$ , να βρεθούν οι ακέραιες τιμές του αριθμού  $\kappa$  ώστε να ισχύει  $|P(A)-2|+|3-P(A)|=2\kappa$ .

4. Δίνεται συνάρτηση  $f$  για την οποία ισχύει  $f(x)-x^2f(-x)=x^2-1$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  και  $f(1)=2$ . Να βρεθεί ο τύπος της  $f$ .

5. Οι απουσίες σε μια τάξη 50 ατόμων τον μήνα Απρίλιο ενός σχολείου φαίνονται στον διπλανό πίνακα.

α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των απουσιών.

β) Να βρείτε την διακύμανση και την τυπική απόκλιση των απουσιών.

γ) Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

δ) Να εκτιμήσετε την διάμεσο των απουσιών.

ε) Εκ των υστέρων αποκαλύφθηκε ότι ο απουσιολόγος "έκρυψε" 4 απουσίες σε κάθε μαθητή. Ποια είναι η πραγματική μέση τιμή των απουσιών;

Αριθμός απουσιών [ - )	Αριθμός μαθητών $n_i$
0 - 4	5
4 - 8	10
8 - 12	20
12 - 16	10
16 - 20	5
Σύνολο	50

6. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} x^2 - x, & x < 1 \\ \sqrt{x} - 2, & x \geq 1 \end{cases}$ .

Να υπολογίσετε τα όρια  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sqrt{x} - x}$  και  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{f(x)}$

7. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = e^{x^2} + e^x$

α) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της συνάρτησης στο σημείο με  $x_0=1$ .

β) Να υπολογιστούν τα όρια  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{e^x}$  και  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{f'(x) - f(x)}{1 - 4x^2}$

8. Δίνονται οι αριθμοί  $3a$ ,  $a+2$ ,  $4a+3x$ ,  $3a-1$ ,  $x+4$ ,  $2x+3$ . Αν οι τρεις πρώτοι, με τη σειρά που δίνονται έχουν μέση τιμή 7 και όλοι έχουν μέση τιμή 6, τότε:

α) Να υπολογίσετε τις τιμές των  $a, x$ .

β) Για τις τιμές των  $a, x$  που βρήκατε

i. Να υπολογίσετε τη διάμεσο και το εύρος των αριθμών αυτών.

ii. Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση τους.

iii. Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές. (Δίνεται  $\sqrt{\frac{16}{3}} \approx 2,31$ )

9. Ο διπλανός πίνακας είναι πίνακας αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό του βαθμού των εξετάσεων στα μαθηματικά των μαθητών ενός Λυκείου.

α) Να συμπληρώσετε τις "χαμένες" συχνότητες αν γνωρίζουμε ότι η διάμεσος είναι 12.

β) Να βρείτε την μέση τιμή της βαθμολογίας.

γ) Να εκτιμηθεί το ποσοστό των μαθητών με βαθμολογία μεγαλύτερη ή ίση της μέσης τιμής.

Βαθμός	F <sub>i</sub> %
0-4	20
4-8	25
8-12	
12-16	80
16-20	

10. α) Να συμπληρωθεί ο διπλανός πίνακας συχνοτήτων και αθροιστικών συχνοτήτων αν η διάμεσος των παρατηρήσεων είναι  $\delta=3,5$  και η συχνότητα του 4 είναι τετραπλάσια της συχνότητας του 5.

β) Να βρεθεί το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερο της μέσης τιμής.

$x_i$	$v_i$	$N_i$
1		4
2		14
3		
4		
5		50
Σύνολο		

11. Στο διπλανό πίνακα φαίνεται ο αριθμός των κινηματογραφικών που παρακολούθησαν οι μαθητές ενός λυκείου την προηγούμενη χρονιά σαν συνάρτηση του  $a$ .

Αν η μέση τιμή της κατανομής είναι 11 έργα τότε:

α) Να υπολογιστεί ο  $a$  και το πλήθος των μαθητών.

β) Να υπολογιστεί η διάμεσος της κατανομής.

γ) Να βρεθεί το ποσοστό των μαθητών που παρακολούθησαν τουλάχιστον 14 έργα.

Αριθμός έργων	$v_i$
0-4	$4a$
4-8	$a$
8-12	$a^2$
12-16	$5a+5$
16-20	$a^2-a$

12. Οι 40 μαθητές της Α' τάξης ενός Λυκείου έχουν μέση τιμή βαθμολογίας στα Μαθηματικά ίση με  $a+1$ , οι 30 μαθητές της Β' τάξης μέση τιμή  $a$  και οι 30 μαθητές της Γ' τάξης μέση τιμή  $a-1$ . Αν η μέση τιμή της βαθμολογίας όλων των μαθητών είναι 17,1, να βρεθεί η μέση τιμή της βαθμολογίας κάθε τάξης και στη συνέχεια να υπολογιστεί η διακύμανση της κατανομής.

13. Οι 15 υπάλληλοι μιας εταιρείας έχουν μέσο ημερομίσθιο 30€, 30 υπάλληλοι έχουν μέσο ημερομίσθιο 35€ και 5 υπάλληλοι 50€

α) Να βρεθεί το μέσο ημερομίσθιο όλων των υπαλλήλων.

β) Να υπολογιστεί η διακύμανση των ημερομισθίων.

γ) Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές. (Δίνεται  $\sqrt{30} \approx 5,48$ )

14. Το ημερομίσθιο 8 υπαλλήλων μιας εταιρείας σε € είναι: 8, 10, 15, 12, 13, 11, 9, 10.

α) Να βρεθεί το μέσο ημερομίσθιο.

β) Να βρεθεί η διάμεσος και η διακύμανση των ημερομισθίων.

γ) Αν ο εργοδότης κάνει μια διορθωτική αύξηση των ημερομισθίων σε κάποιους εργατές ώστε το ημερομίσθιο τους να εξισωθεί με το μέσο ημερομίσθιο, και στους υπόλοιπους κάνει αύξηση κατά 2€, να υπολογίσετε το νέο μέσο ημερομίσθιο.

15. Οι επιδόσεις 50 υποψηφίων υπαλλήλων σε ένα τεστ για την πρόσληψη τους σε μια εταιρεία με άριστα το 10 είναι οι εξής: 2, 7, 4, 6, 7, 5, 8, 3, 10, 9, 6, 8, 4, 1, 1, 5, 9, 7, 6, 0, 4, 7, 8, 10, 2, 5, 6, 2, 3, 4, 1, 5, 0, 2, 3, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 1, 1, 0, 4, 5, 2, 3, 1

α) Να γίνει πίνακας συχνοτήτων.

β) Να υπολογίσετε την μέση τιμή και διάμεσο της βαθμολογίας.

γ) Αν ομαδοποιήσουμε τα δεδομένα σε κλάσεις πλάτους 2, ποια είναι η μέση τιμή και η διάμεσος;

16. Ρωτήθηκαν οι κάτοικοι μιας κωμόπολης για το πόσες ημέρες έκαναν διακοπές το προηγούμενο καλοκαίρι και προέκυψε ο διπλάνος πίνακας σχετικών συχνοτήτων %.

α) Να υπολογίσετε το μέσο αριθμό ημερών.

β) Να εκτιμηθεί η διάμεσος της κατανομής.

γ) Αν ο πληθυσμός της κωμόπολης είναι 5000 κάτοικοι, πόσοι από αυτούς έκαναν διακοπές από 10 έως και 20 ημέρες;

Ημέρες διακοπών	$f_i\%$
0-4	30
4-8	25
8-12	20
12-16	15
16-20	10

17. Στον διπλανό πίνακα φαίνονται οι απουσίες των μαθητών της Γ' Λυκείου ενός Λυκείου της επαρχίας τον μήνα Φεβρουάριο. Αν τα δεδομένα είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα και έχουν διάμεσο  $\delta=9$  απουσίες τότε:

α) Να συμπληρωθεί ο πίνακας.

β) Να βρεθεί η μέση τιμή των απουσιών των μαθητών.

γ) Εκ των υστέρων αποκαλύφθηκε ότι ο απουσιολόγος "έκρυψε" από 2 απουσίες σε κάθε μαθητή. Σ' αυτή την περίπτωση:

i. Να βρεθεί η πραγματική διάμεσος και μέση τιμή των απουσιών.

ii. Να γίνει νέος πίνακας συχνοτήτων και να υπολογιστεί το ποσοστό των μαθητών που έχουν περισσότερες από 17 απουσίες.

Αριθμός Απουσιών $x$	Αριθμός Μαθητών $n_i$
0-4	8
4-8	15
8-12	
12-16	12
16-20	7
Σύνολο	